

# Modélisation et caractérisation expérimentale d'un échangeur à plaque d'une VMC

Madi Kaboré, Louis Stephan, Patrice Moreaux, Étienne Wurtz

► **To cite this version:**

Madi Kaboré, Louis Stephan, Patrice Moreaux, Étienne Wurtz. Modélisation et caractérisation expérimentale d'un échangeur à plaque d'une VMC. AUGC et IBPSA 2012, Jun 2012, Chambéry, France. ACTES AUGC-IBPSA. <hal-01233348>

**HAL Id: hal-01233348**

**<http://hal.univ-smb.fr/hal-01233348>**

Submitted on 25 Nov 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

---

# Modélisation et caractérisation expérimentale d'un échangeur à plaque d'une VMC

Madi Kaboré<sup>1,3</sup> ; Louis Stephan<sup>2</sup> ; Patrice Moreaux<sup>1</sup> ; Étienne Wurtz<sup>2</sup>

<sup>1</sup> LISTIC-LOCIE, Université de Savoie, Annecy le Vieux, France

<sup>2</sup> LEB/CEA-INES, Le Bourget du Lac, France

<sup>3</sup> LESEE/2iE, Ouagadougou, Burkina Faso

---

*RÉSUMÉ.* Dans cet article, nous présentons la description de l'échangeur d'un système de ventilation mécanique double flux. Le modèle est décrit selon la méthode  $\varepsilon$ -NTU avec prise en compte du phénomène de condensation du côté de l'air refroidi. La modélisation est effectuée sous Modelica à l'aide des bibliothèques « Standard » et « Building ». Les résultats de la simulation du modèle dynamique sont comparés aux mesures expérimentales effectuées sur le prototype.

*ABSTRACT.* In this paper, we model a heat exchanger of a mechanical ventilation system. The model uses the  $\varepsilon$ -NTU approach and takes into consideration the phenomenon of condensation on the cooled air side. The model is written with Modelica language using the "Standard" and the "Building" libraries. The results of the simulation of the dynamic model are discussed, and compared with on-site experimental data from the prototype.

*MOTS-CLÉS:* Simulation, échange de chaleur, condensation, ventilation.

*KEYWORDS:* Simulation, heat exchanger, condensing, ventilation.

---

## 1. Introduction

Les systèmes de chauffage, ventilation et climatisation (CVC) sont essentiels pour maintenir un environnement intérieur confortable et sain dans les bâtiments. En Europe, une grande partie du parc immobilier est équipée d'un système de renouvellement d'air mécanique. L'optimisation de la consommation d'énergie constitue maintenant un enjeu capital et a donné lieu ces dernières années à de nouvelles réglementations. Avec les bâtiments à basse consommation (BBC), les pertes dues au renouvellement d'air représentent une part importante des besoins de chauffage. Partant de ce constat, des recherches ont été menées pour la réduction de l'impact environnemental des systèmes de ventilation. Il en est ressorti que l'intégration d'unité de récupération de chaleur sur l'air extrait, peut conduire à une meilleure efficacité. C'est le système connu sous le nom de ventilation double flux.

La Ventilation Mécanique Contrôlée (VMC) double flux avec récupération de chaleur, est un dispositif coûteux, mais elle séduit par les économies de chauffage qu'elle entraîne, et aussi par sa contribution au confort et à la qualité de l'air intérieur. L'air neuf pénètre par un conduit central qui le distribue ensuite dans les pièces principales. Un échangeur de chaleur permet à l'air extrait de céder sa chaleur à l'air neuf qui est préchauffé sans mélange des deux flux d'air. Les unités de récupération de chaleur généralement rencontrées dans les systèmes de ventilation se résument très souvent à des échangeurs à plaques et à des échangeurs rotatifs qui font partie de la famille des échangeurs air-air compacts. Dans ces échangeurs, la surface d'échange est très supérieure à celle des échangeurs à faisceau et calandre, pour un même encombrement géométrique. Dans la littérature, de nombreux travaux existent pour les régimes turbulents et pour des matériaux à forte conductivité thermique, mais peu pour ceux à base de matériaux ayant de faibles conductivités. [Zha 2011] fait état du manque de travaux de recherche sur les échangeurs ayant des conduits triangulaires dont la conductivité est inférieure à 1, ainsi que pour des échangeurs avec de faibles vitesses des fluides comme ceux rencontrés dans le conditionnement d'air. Les sections triangulaires sont très utilisées dans les échangeurs de chaleur car plus économiques et plus compacts [LEU 1997].

L'étude du comportement global du bâtiment par la simulation, requiert des modèles fiables, avec une durée de résolution adaptée à une simulation annuelle. Le modèle est implémenté avec le langage Modelica, et les expérimentations ont été menées à l'aide du logiciel Dymola.

## 2. Modélisation

L'échangeur de chaleur modélisé est un échangeur à contre-courant ayant les dimensions suivantes: 385x285x300mm. Il est conçu pour un débit maximal de 500m<sup>3</sup>/h et une pression maximale de 2000Pa. La paroi est en polystyrène connu pour sa faible conductivité thermique. C'est un échangeur à contre-courant avec un écoulement uniforme à travers la section du récupérateur, et un arrangement parallèle des conduits. Le conduit transportant le fluide du primaire est entouré de conduits transportant le fluide secondaire. Pour caractériser les échanges thermiques et déterminer les températures de sortie d'un échangeur connaissant les températures d'entrée et la surface d'échange, deux méthodes simplifiées existent ; la méthode epsilon-Nut ( $\epsilon$ -NUT) et la méthode de la différence de température moyenne logarithmique (DTML). Pour cette étude nous avons choisi la méthode  $\epsilon$ -NUT. C'est une méthode itérative, puisqu'on ne peut pas trouver directement une température moyenne caractéristique des fluides. Cependant pour les échangeurs gaz-gaz, une itération suffit à caractériser les états de sortie des fluides [SHA 2007]. Un certain nombre d'approximations ont été admises pour la description de l'échangeur :

- L'échangeur fonctionne en régime quasi-stationnaire ;
- Les échanges de chaleur avec l'environnement extérieur sont négligeables ;

- Les coefficients de transfert thermique sont constants à travers l'échangeur;
- La conduction thermique longitudinale à travers la paroi est négligeable ;
- Le transfert de chaleur dû au rayonnement et à la conduction est négligeable par rapport à celui dû à la convection.

La figure 1 représente une coupe de l'échangeur à plaque. Pour décrire le phénomène d'échange thermique selon la méthode  $\varepsilon$ -NUT, on procède en plusieurs étapes. Il faut évaluer la surface d'échange, le diamètre hydraulique et l'épaisseur des parois.

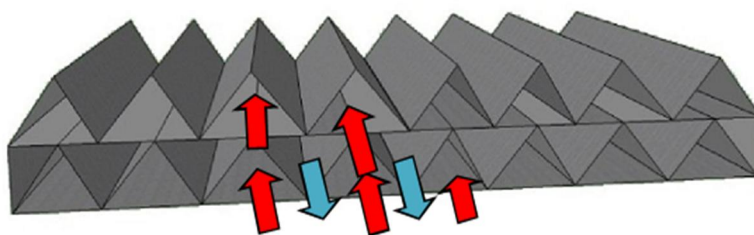


Figure 1. Coupe de l'échangeur à plaque

### 2.1 Estimation des propriétés thermo-physiques des fluides

Dans la suite, les indices « c » (chaud) et « f » (froid) indiquent respectivement les paramètres de la source chaude « air vicié » et de la source froide « air neuf », et les indices « e » et « s » indiquent l'entrée et la sortie de l'échangeur.

Dans cette partie, nous cherchons à déterminer les températures moyennes ainsi que les propriétés thermo-physiques de chaque fluide. Pour cela il faut déterminer des températures de sortie théoriques ( $T_{c0}$  et  $T_{f0}$ ) en considérant une efficacité  $\varepsilon_0$  comprise entre 50 et 75% pour la plupart des échangeurs une passe à courants croisés et entre 75 et 85% pour les échangeurs une passe à contre-courant et ceux double passe à courants croisés [Shah 2007].

$$T_{c0} = T_{ce} - \varepsilon_0 \frac{C_{\min}}{C_c} (T_{ce} - T_{fe}) \quad (1)$$

$$T_{f0} = T_{fe} - \varepsilon_0 \frac{C_{\min}^*}{C_f} (T_{ce} - T_{fe}) \quad (2)$$

avec  $C_{\min}^* = \min \{\dot{m}_c C_c, \dot{m}_f C_f\}$  où  $\dot{m}$  est le débit massique et  $C$  la chaleur spécifique.

On détermine ensuite les propriétés thermo-physiques des fluides à des températures moyennes  $T_{cm}$  et  $T_{fm}$  (3) et (4) avec  $T_{c0}$  et  $T_{f0}$  provenant de (1) et (2) [Sha 2007]:

$$T_{cm} = \frac{T_{ce} + T_{c0}}{2} \quad (3)$$

$$T_{fm} = \frac{T_{fe} + T_{f0}}{2} \quad (4)$$

Les propriétés thermo-physiques estimées sont les suivantes :  $\mu$  (la viscosité dynamique),  $\rho$  (la masse volumique),  $k$  (la conductivité thermique du fluide) et  $C_p$  (chaleur spécifique). Les nombres de Prandtl et de Reynolds sont déterminés par les relations (5) et (6).  $G$  est le rapport du débit massique sur la surface d'échange, et  $D_h$  est le diamètre hydraulique.

$$Pr = \frac{C_p \mu}{k} \quad (5)$$

$$Re = \frac{G D_h}{\mu} \quad (6)$$

Le rapport  $R$  est déterminé par la formule suivante:

$$R = \frac{C_{min}^*}{\max(\dot{m}_c * C_c; \dot{m}_f * C_f)} \quad (7)$$

## 2.2 Calcul du coefficient d'échange $U$

Les conduits triangulaires diffèrent des conduits circulaires sur plusieurs aspects. Plusieurs études ont été menées sur la transition entre régime laminaire et turbulent [SHA 1978]. Des conditions aux limites supplémentaires entrent en jeu dans la détermination des paramètres de transfert thermique. En effet on dispose généralement de deux conditions aux limites pour la détermination du nombre de Nusselt  $Nu$  :  $Nu_T$  (température de la paroi constante) et  $Nu_H$ . Pour les conduits triangulaires, il faut envisager des conditions supplémentaires telles que  $Nu_{H1}$  (le flux de chaleur dans la direction de l'écoulement et la température de la paroi sont constants),  $Nu_{H2}$  (le flux de chaleur dans la direction de l'écoulement et le flux périphérique de la paroi sont constants), et  $Nu_{H3}$  (le flux de chaleur dans la direction de l'écoulement et le flux de chaleur par conduction à travers la paroi sont constants).

En régime laminaire le nombre de Nusselt ( $Nu$ ) est constant et dépend de la section du conduit [BAL 1986; SHA2 2007; ROS 2008; CAO 2011]. En tenant compte de la faible conductivité du polymère, les conditions du  $Nu_{H1}$  ont été adoptées [ROS 2008]. [SHA 1978] a réalisé un des travaux les plus complets pour le calcul des paramètres de transfert thermique pour le régime laminaire en fonction de la section du conduit. Le tableau 1 présente les valeurs du nombre de Nusselt ainsi que la relation existant entre le facteur de friction  $f$  et le nombre de Reynolds.

**Tableau 1.** Nombre de Nusselt et le facteur de friction [SHA 1978]

Géométrie	$Nu$	$fRe$
Triangle équilatéral	3.111	13.33
Rectangle	3.6	15.54
Hexagone	4.002	15.05

En régime turbulent le nombre de Nusselt est fonction des nombres de Reynolds, de Prandtl et du facteur de friction  $f$ , déterminé par la formule de Gnielinski (7) [ROS 2008].

$$Nu = \frac{\left(\frac{f}{8}\right)(Re-1000)Pr}{1+12.7\left(\frac{f}{8}\right)^{\frac{1}{2}}(Pr^{\frac{2}{3}}-1)} \quad (7)$$

$$f = (0.70 \ln(Re) - 1.64)^2 \quad (8)$$

Le produit du coefficient global  $U$  et de la surface d'échange est obtenu par la relation (13) en négligeant la résistance thermique de la paroi. Les coefficients de convection proviennent de la relation entre le nombre de Nusselt  $Nu$ , le diamètre hydraulique  $D_h$  et la conductivité  $k$  du fluide (9).

$$Nu = h \frac{D_h}{k} \quad (9)$$

$$\frac{1}{UA} = \frac{1}{h_c A_c} + \frac{1}{h_f A_f} \quad (10)$$

### 2.3 Détermination de l'efficacité $\varepsilon$ et des températures de sortie

Le nombre d'unités de transfert NUT est défini par le rapport adimensionnel (11)

$$NUT = UA/C_{\min}^* \quad (11)$$

L'efficacité  $\varepsilon$  est une fonction du NUT et de  $R$  (7). Pour les échangeurs contre-courant,  $\varepsilon$  est obtenu par les relations suivantes :

$$\varepsilon = (1 - e^{[-NUT(1+R)]}) / (1 + Re^{[-NUT(1+R)]}) \quad \text{si } R \neq 1 \quad (12)$$

$$\varepsilon = NUT / (1 + NUT) \quad \text{si } R = 1 \quad (13)$$

Le flux total de chaleur  $Q$  est obtenu par la relation (14), les températures de sortie de l'air de l'échangeur étant déduites des relations (15) et (16).

$$Q = \varepsilon C_{\min}^* (T_{ce} - T_{fe}) \quad (14)$$

$$Q = C_f^* (T_{fs} - T_{fe}) \quad (15)$$

$$Q = C_c^* (T_{cs} - T_{ce}) \quad (16)$$

## 3. Expérimentation et Simulation

### 3.1 Dispositif expérimental

Le système de récupération de chaleur fait partie d'un système de ventilation mécanique, installé sur une maison passive de la plate-forme expérimentale INCAS de l'INES-CEA au Bourget du Lac (France). Le système de ventilation comprend deux réseaux: un pour l'insufflation et l'autre pour l'extraction. Le réseau d'extraction dessert les salles de service comme la cuisine et les toilettes pour la reprise de l'air vicié. L'insufflation est effectuée au niveau des chambres et de la salle de séjour. Des mesures de température, de pression et d'humidité relative sont réalisées de chaque côté de l'échangeur, pour chacun des deux fluides.

### 3.2 L'environnement Dymola/Modelica

Le langage Modelica a été développé dans le but de concevoir un langage uniforme et unifié pour la modélisation. Modelica est un langage caractérisé par sa

facilité d'utilisation, son interface graphique ainsi que sa capacité à construire des bibliothèques avec des composants réutilisables. Il permet la modélisation et la simulation de phénomènes complexes couvrant plusieurs domaines d'applications [Fri 2003]. Plusieurs environnements logiciels permettent l'implémentation sous Modelica (Dymola, OpenModelica, JModelica, etc.). Dymola est l'un des plus performants environnements logiciels Modelica, ce qui explique son choix pour nos simulations. Par son intégration de bibliothèques standards et métiers, cet outil permet de modéliser et simuler les systèmes complexes et intégrés. De plus, Dymola utilise la théorie des graphes ; ce qui permet d'accélérer la résolution numérique des équations.

L'implémentation du langage Modelica sous Dymola, permet de créer ses propres bibliothèques de composants ainsi que l'adaptation des modèles existants. L'optimisation et la calibration de modèles sont disponibles sous Dymola [Dym 2011] à travers des bibliothèques spécialisées. Le modèle a été implémenté grâce aux outils des bibliothèques Standard<sup>1</sup> et Building<sup>2</sup>.

## 4. Résultats et discussion

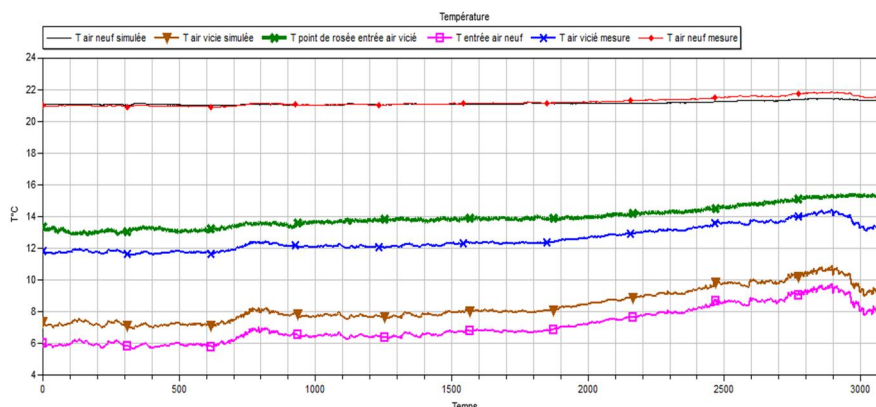
### 4.1 Résultats de la simulation

En appliquant la méthode  $\varepsilon$ -NUT sur les deux côtés de l'échangeur, on obtient les résultats qui sont présentés à la figure 2. Du côté de l'air vicié, on obtient un écart presque constant de 4.5°C soit 33% par rapport à la mesure. Cela s'explique par le fait que la méthode NUT ne prend pas en compte le phénomène de condensation. En effet, la condensation a bien lieu puisque la température de sortie de l'air vicié mesurée (courbe bleue) est inférieure à la température de rosée de l'air vicié en entrée de l'échangeur (courbe verte). Par contre du côté de l'air neuf, les résultats peuvent être jugés satisfaisants, avec un écart maximal de 3% par rapport aux résultats expérimentaux.

---

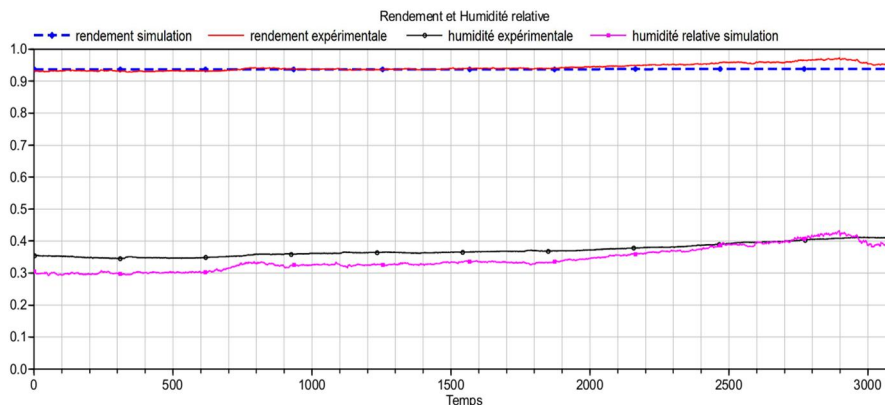
<sup>1</sup> Modelica Standard Library 3.2\_build5 Octobre 2010. [www.modelica.org/libraries/Modelica](http://www.modelica.org/libraries/Modelica)

<sup>2</sup> Building 1.0\_build2 Decembre 2011 [www.modelica.org/libraries/Buildings](http://www.modelica.org/libraries/Buildings)



**Figure 2.** Comparaison entre simulation et mesure, des températures de sortie d'air neuf et d'air vicié (sans prise en compte de la condensation).

Le rendement obtenu par la simulation et évalué sur l'air neuf présente un écart maximal de 0.04 avec le rendement expérimental comme l'atteste la figure 3. Le rendement calculé à partir des résultats expérimentaux sur la période des essais est compris 0,93 et 0.97. Le rendement issu de la simulation est compris entre 0.93 et 0.95. La figure 3 permet aussi de comparer l'humidité relative expérimentale et celle obtenue par la simulation.



**Figure 3.** Rendement et humidité relative simulées et calculées du côté de l'air neuf

En raison des différences observées entre la simulation et l'expérimentation côté air vicié et du fait que la condensation a bien lieu dans le circuit d'extraction, il a fallu prendre en compte le phénomène de la condensation.

#### 4.2 Prise en compte de la condensation

L'air neuf est préchauffé par l'air vicié, donc il n'y a pas de risque de condensation. Cependant, l'air vicié qui est refroidi, présente des risques de condensation qu'il faut prendre en compte. La vapeur d'eau contenue dans l'air humide, au cours du



refroidissement, se condense une fois que la température de la paroi est inférieure à sa température de rosée. Lorsque la condensation a lieu, compte tenu de la configuration de l'échangeur (contre-courant), l'air vicié sort dans un état de saturation.

En supposant que le condensat est refroidi jusqu'à la température de sortie de l'air vicié sortant de l'échangeur, on obtient la relation (17) concernant le bilan de chaleur du côté de l'air vicié. La fraction massique  $X$  (kg/kg d'air humide) est la fraction de vapeur d'eau qui se condense. Les paramètres  $L$ ,  $c_e$  et  $T_{sat}$  représentent respectivement la chaleur latente, la chaleur spécifique de l'eau en kJ/kg, et la température de rosée de l'air vicié entrant dans l'échangeur.

$$Q = C_c^*(1 - X)(T_{cs} - T_{ce}) + X\dot{m}L + X\dot{m}c_e(T_{cs} - T_{sat}) \quad (17)$$

La fraction massique d'eau  $X$  est estimée à partir de l'équation suivante.

$$X = X_{entrée} - X_{sat}(T_{cs}) \quad (18)$$

avec  $X_{entrée}$  la fraction d'eau de l'air vicié à l'entrée de l'échangeur et  $X_{sat}(T_{cs})$  la fraction d'eau à saturation de l'air vicié à la sortie de l'échangeur.  $X_{sat}(T_{cs})$  dépend implicitement de la température selon l'équation (19).

$$X_{sat}(T_{cs}) = x_{sat}(T_{cs}) / (1 + x_{sat}(T_{cs})) \quad (19)$$

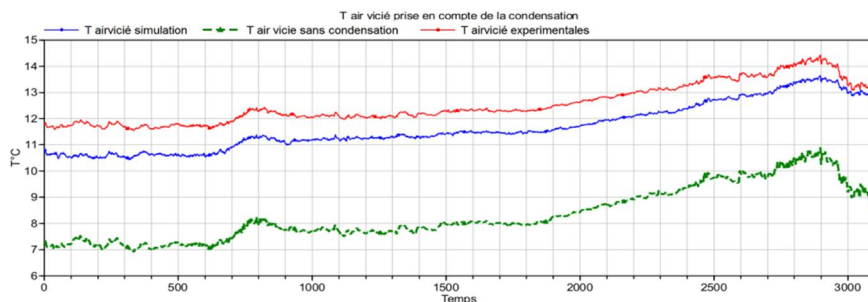
avec  $x_{sat}(T_{cs}) = 0.622p_{sat}(T_{cs}) / (P - p_{sat}(T_{cs}))$  la fraction d'eau en (kg/kg d'air sec). La pression de saturation  $p_{sat}$  est reliée à la température de rosée par la relation développée par Hylan et Wexler pour les températures d'air humide comprises entre 0°C et 200°C [ASH 2005].

$$p_{sat}(T_{cs}) = e^{(a_1/T_{cs} + a_2 + T_{cs}(a_3 + T_{cs}(a_4 + T_{cs}a_5)) + a_6 \log_e(T_{cs}))} \quad (20)$$

avec  $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6) = (-5.800.10^4, 1.391, -4.864.10^{-2}, 4.176.10^{-5}, 1.445.10^{-8}, 6.545)$

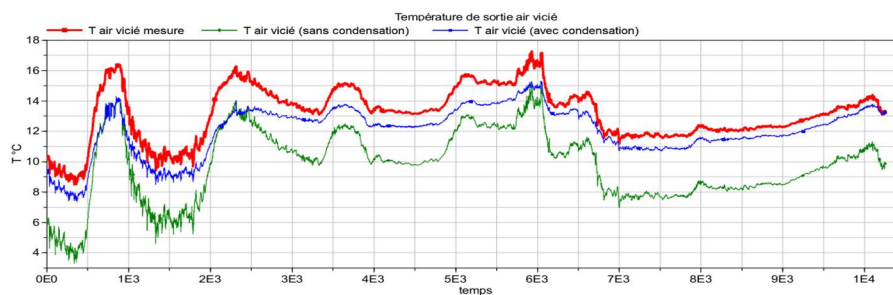
La fraction massique d'eau condensée du côté de l'air vicié dans les conditions de condensation est une fonction de la température de saturation. La température de sortie  $T_{cs}$  est obtenue en résolvant l'équation (17) où la valeur de  $X$  est réécrite en prenant en compte les relations (20), (19) et (18).

La figure 4 présente les résultats obtenus. On observe bien une différence entre les cas. Ainsi en prenant en compte la condensation nous obtenons un écart maximal de 8% par rapport à la mesure contre 33% sans prise en compte de la condensation.

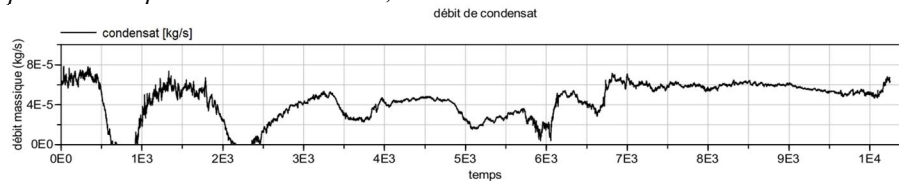


**Figure 4.** Températures d'air vicié pour les cas : prise en compte de la condensation, la mesure et le cas sans condensation.

La fraction d'eau condensée dépend certes de la caractéristique de la surface d'échange, mais aussi des températures des fluides chaud et froid ainsi que de leur teneur en eau. Durant cette première étude, les températures de l'air neuf étaient comprises entre 5.5°C et 9.7°C. Nous avons ensuite considéré une deuxième série de mesures qui s'étale sur 7 jours. Pour cette séquence, on observe des températures comprises entre 0.5°C et 14°C. Après simulation, nous obtenons les résultats de la figure 5.



**Figure 5.** Températures d'air vicié (la seconde séquence de mesures) pour les cas : prise en compte de la condensation, la mesure et le cas sans condensation.



**Figure 6.** Débit de condensat obtenu par la simulation

La comparaison avec le cas où la condensation n'est pas prise en compte, montre une différence notable. Les plages où les deux courbes (bleue et verte de la figure 5) se superposent, correspondent aux cas où la température d'entrée de l'air neuf sont supérieures aux températures de rosée de l'air vicié en entrée. Il n'y a pas de condensation sur ces plages comme l'atteste la figure 6, qui présente les débits de

condensat au cours du temps. On observe que la température obtenue par la simulation approche la mesure avec moins de 9%.

### 5. Conclusion

L'échangeur de chaleur d'une VMC double flux a été modélisé par la méthode NUT. Il en ressort que du côté de l'air chauffé, la méthode NUT permet une bonne représentation des échanges avec des valeurs simulées très proches des valeurs expérimentales (figure 3). Par contre, pour l'air refroidi, il faut prendre en compte le phénomène de condensation dans le bilan de chaleur pour les cas où la température d'entrée de l'air froid est inférieure à la température de point de rosée de l'air chaud entrant. En supposant que l'air vicié sort de l'échangeur dans un état saturé lorsqu'il y a condensation, nous arrivons à approcher les valeurs expérimentales.

La suite de nos travaux consistera à faire des investigations sur la quantité d'eau recueillie afin de comparer avec les résultats obtenus par la simulation. En effet, ce modèle d'échangeur de chaleur sera intégré à un modèle de bâtiment sous Energyplus par l'intermédiaire de la plate-forme BCVTB (Building Controls Virtual Test Bed).

### 6. Bibliographie

- [ASH 2005] 2005 ASHRAE Handbook. Fundamentals. ASHRAE (American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, Inc.) P.6.2 2005
- [BAL 1986] Baliga, B. R. and R. R. Azrak (1986). "Laminar Fully Developed Flow and Heat Transfer in Triangular Plate-Fin Ducts." Journal of Heat Transfer 108(1): 24-32.
- [CAO 2011] Cao, X. L., Z. H. Rao, et al. (2011). "Laminar convective heat transfer of supercritical CO<sub>2</sub> in horizontal miniature circular and triangular tubes." Applied Thermal Engineering 31(14-15): 2374-2384.
- [Dym 2011] Dymola (November 2011). "User Manual." Volume 2.
- [FRI 2003] Fritzson, P. (2003). "Principles of Object-Oriented Modeling and Simulation with Modelica." Wiley-IEEE.
- [LEU 1997] Leung, C. W. and S. D. Probert (1997). "Forced-convective turbulent-flows through horizontal ducts with isosceles-triangular internal cross-sections." Applied Energy 57(1): 13-24.
- [ROS 2008] Rose, J., T. R. Nielsen, et al. (2008). "Quasi-steady-state model of a counter-flow air-to-air heat-exchanger with phase change." Applied Energy 85(5): 312-325.
- [SHA 1978] Shah, R. K. and A. L. London (1978). "Laminar flow forced convection in ducts : a source book for compact heat exchanger analytical data." Advances in heat transfer. New York : Academic Press.
- [SHA 2007] Shah, R. K. and D. P. Sekulić (2007). Basic Thermal Design Theory for Recuperators. Fundamentals of Heat Exchanger Design, John Wiley & Sons, Inc.: 97-231.
- [SHA2 2007] Shah, R. K. and D. P. Sekulić (2007). Heat Exchanger Design Procedures. Fundamentals of Heat Exchanger Design, John Wiley & Sons, Inc.: 601-672.
- [Zha 2011] Zhang, L.z. and Z.y. Chen (2011). "Convective heat transfer in cross-corrugated triangular ducts under uniform heat flux boundary conditions." International Journal of Heat and Mass Transfer 54(1-3): 597-605